ASPECTOS COGNITIVOS, METACOGNITIVOS E AFETIVOS ENVOLVIDOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Hamilton Oliveira Alves
Mestrando em Educação – UFPR
hamiltonalves@ufpr.br
Araci Asinelli da Luz
Doutora em Educação – UFPR
asinelli@ufpr.br

RESUMO

A partir de uma experiência desenvolvida com estudantes do ensino médio envolvendo a Resolução de Problemas Matemáticos em sala de aula utilizando-se procedimentos heurísticos, tem-se por objetivo a discussão, sob o ponto de vista teórico, acerca dos aspectos cognitivos, metacognitivos e afetivos subjacentes à resolução de problemas de matemática. Sem descaracterizar o modelo tradicional de Resolução de Problemas Matemáticos, discutir e propor possibilidades para a prática pedagógica do(a) professor(a) de matemática que envolva o(a) estudante diretamente no processo, contribui para o ensino e aprendizagem significativo na resolução de problemas e estimula a formação reflexiva dos(as) sujeitos, com ênfase no diálogo.
Palavras chaves*:* Cognição e Aprendizagem; Metacognição; Resolução de Problemas Matemáticos

COGNITIVE, METACOGNITIVE AND AFFECTIVE ASPECTS INVOLVEND INTO MATHEMATIC PROBLEMS SOLUTION

ABSTRACT

Based on a experience developed with high school students involving mathematic problems solution in classroom improving heuristic proceedings, this work has as its aim a theoretical discussion about cognitive, metacognitive and affective aspects related to mathematic problems solution. Avoiding non-characterization of traditional model of Mathematic Problem Resolution, discussion and proposition of possibilities to pedagogical practice of mathematic teachers, which involves students directly into the process, contributes to significative teaching and learning in problems solution as well as stimulate reflexive formation of subjects, with emphasis on dialogue.
Key words: cognition and learning; metacognition; mathematic problems solution

ASPECTOS COGNITIVOS, METACOGNITIVOS E AFETIVOS ENVOLVIDOS NA RESOLUÇÃO DE PROBLEMAS MATEMÁTICOS

Hamilton Oliveira Alves e Araci Asinelli da Luz

Introdução

A Resolução de Problemas de Matemática é um campo de investigação que concentra muitos estudos: Pozo (1998), Krulik e Reys (1997), Polya (1995), Borralho (1994), Vieira (2001), Loos (2004), entre outros. Uma questão que tem sido assunto nas pesquisas está relacionada com a prática de resolução de problemas no ensino e aprendizagem de matemática. Essa questão exige tanto do(a) professor(a) quanto do(a) estudante o domínio de habilidades relacionadas às capacidades cognitivas, metacognitivas e afetivas subjacentes ao processo.

Dos aspectos mentais e afetivos influentes na resolução de problemas de matemática, destacam-se no modelo de Charles & Lester (*apud* Borralho, 1994): capacidade espacial, capacidade lógica, capacidade de leitura, pressão, motivação, interesse, stress, resistência aos bloqueios prematuros, perseverança, familiaridade com o contexto e o conteúdo do problema, idade e familiaridade com o domínio das estratégias de resolução.

Essas variáveis podem influenciar negativamente no decorrer do processo, cabendo ao(a) estudante, auto-regular, controlar e monitorar ativamente as ações cognitivas e afetivas durante a tarefa. A capacidade de monitoramento da atividade está ligada à capacidade que o indivíduo tem de auto-avaliar aquilo que faz, ou seja, monitorar sua performance, enquanto resolve um problema de matemática de acordo com uma dada instrução. Para Schoenfeld (*apud* Borralho, 1994), saber administrar ou gerir a tarefa matemática é um comportamento metacognitivo importante.

As capacidades metacognitivas relacionam-se aos conhecimentos que o(a) estudante possui acerca dos seus processos de pensamentos, como descreve e toma consciência dos seus próprios pensamentos, como auto-regula e auto-controla aquilo que está por fazer e como conduz as ações durante a resolução de problemas de matemática.

De acordo com Boruchovitch e Bzuneck (2004), um(a) estudante se torna auto-regulado quando aprende a perseguir seus objetivos, quando age com motivação intrínseca, prioriza a meta, se envolve motivacional e afetivamente com a tarefa, planeja, decide, age com autonomia, sabe utilizar as estratégias cognitivas e metacognitivas, avalia cada situação, antecipa situações e implicações. São os processos cognitivos, afetivos e de auto-regulação que dão garantia ao sujeito para se ter êxito na aprendizagem. A aprendizagem auto-regulada permite que o sujeito tenha um comportamento proativo, que seja regulador dos seus próprios processos de aprendizagem, que sejam participantes ativos desse processo e sejam promotores do próprio desempenho. Utilizando-se da metacognição, para Vieira (2001), o sujeito resolvedor de problemas matemáticos tem informações sobre seu próprio processo de resolução, podendo supervisionar o resultado encontrado. “Para compreender esse mecanismo utilizado pelos resolvedores, é preciso, em primeiro lugar, observar e acompanhar suas tendências cognitivas, de maneira a reconhecer seus próprios julgamentos e os elementos sobre os quais ele se apóia para justificar sua metacognição.” (Vieira, 2001, p.2).

Para esclarecer melhor o conceito de metacognição, apresentamos o modelo de Flavell (*apud* Borralho, 1994). Para esse autor, metacognição está relacionada a duas palavras-chave: conhecimento metacognitivo e experiência metacognitiva. A administração e controle dos processos cognitivos ocorrem através das interações de quatro classes de fenômenos: conhecimento metacognitivo, experiências metacognitivas, objetivos ou tarefas influenciados por essas experiências e as ações ou estratégias utilizadas. São os comportamentos dos sujeitos para atingir os objetivos desejados.

Nickerson, Perkins e Smith (*apud* Vieira, 2001) complementam o conceito de metacognição apresentado por Flavell, ao apontarem que a metacognição é o conhecimento que o sujeito possui sobre suas próprias forças e limitações. Ressalta-se, porém, que há resolvedores(as) de problemas de matemática que são experientes, e, há também, os(as) inexperientes. De modo geral, a diferença entre eles(as) é que o(a) experiente sabe melhor escolher o caminho adequado para a solução do problema, sabe reconhecer o que é importante no problema, descartando o que é acessório, abandonando aquilo que nada tem a oferecer e optando por caminhos promissores. Enquanto que, para o(a) inexperiente, isso acontece de maneira mais lenta.

Para Noel (*apud* Vieira, 2001), a metacognição inclui no sujeito resolvedor de problemas matemáticos não só um julgamento, mas também uma explicação do seu próprio processo cognitivo, uma decisão que pode levá-lo(a) a modificar ou prosseguir nas suas atividades cognitivas. Segundo essa autora, uma das dificuldades freqüentes diante da resolução de problemas de matemática é que os(as) resolvedores(as) de problemas estabelecem erroneamente pré-representações, fazendo analogias com uma vivência anterior não pertinente. Neste caso, cabe ao(a) experimentador(a) proporcionar o uso da “metacompreensão, ou seja, orientar o resolvedor a conscientizar-se de suas dificuldades, através da perspectiva da remediação. Nessa ocasião, o sujeito estará aprendendo a aprender, tal como fazem os especialistas” (Vieira, 2001, p.2).

Para Boruchovitch e Bzuneck (2004), as dificuldades surgidas durante a resolução de problemas não se dão pela falta de capacidade do(a) estudante ou pelas dificuldades relacionadas ao conteúdo, mas sim porque o pensamento do(a) estudante se mantém truncado, desarticulado, impedindo-o(a) de resolver o problema ou de manifestar a capacidade de raciocinar.

Por outro lado, na opinião de Garcia (*apud* Vieira, 2001), as dificuldades da aprendizagem com resolução de problemas de matemática podem afetar diferentes áreas envolvidas no processo tais como: atenção, impulsividade, linguagem, leitura e escrita, memória, auto-estima e habilidades sociais.

Diante dessa concepção, pode-se dizer que a falta de compreensão "estrutural" da linguagem trazida no enunciado do problema, ou seja, como o problema é apresentado ao(a) resolvedor(a), pode refletir em uma representação mental inadequada e, com isso, o insucesso nos objetivos.

Outro fator relevante que influencia a prática de resolução de problemas tem relação com a variável afetiva *motivação*. A motivação pode ser intrínseca ou extrínseca. Se o(a) estudante não estiver "motivado(a)" para a atividade matemática com resolução de problemas ou tiver uma atitude negativa face ao problema, o processo pode ser afetado. É necessário que o(a) professor(a) tente formar nos(as) estudantes uma relação ativa e favorável. Uma atitude positiva poderá ser obtida proporcionando a correta organização e execução do ensino e da atividade matemática. Porém isso não se obtém de forma direta e espontânea, mas sim através da criação consciente e planificada influenciadas pelas condições pedagógicas. "A inclusão ativa do aluno na resolução de problemas de matemática requer, acima de tudo, que se incuta, por parte do professor, um papel ativo ao aluno durante o ensino, isto é, concebê-lo como na realidade é: um agente ativo, sujeito do seu próprio ensino. Assim, a participação do professor deve ser dosada, de modo a aumentar a atividade independente do aluno na resolução de problemas" (Borralho, 1994, p. 102).

Mas que fatores poderiam estar relacionados à motivação para a Resolução de Problemas de Matemática? "As respostas a essa questão podem variar desde a curiosidade individual até o medo das conseqüências se a solução não for entregue amanhã, mas uma consideração fundamental deve ser a maneira como o problema é formulado." (Butts, 1997, p.32)

Essa concepção remete-se a que a aprendizagem com resolução de problemas demanda que o(a) professor(a), principal envolvido(a) no processo, proporcione aos(às) estudantes caminhos alternativos, tais como: escolher bons problemas a serem resolvidos, problemas interessantes, que chamem a atenção, que provoquem o interesse, que façam o(a) estudante "ficar afim". "O problema pode ser modesto, mas se ele desafiar a curiosidade e puser em jogo as faculdades inventivas, quem o resolver por seus próprios meios, experimentará a tensão e gozará o triunfo da descoberta."(Polya, 1995, p.5)

Loos (2004) considera a ansiedade uma variável afetiva que pode interferir no processo de resolução de problemas de matemática. A ansiedade está ligada às:

> “Dificuldades que os indivíduos enfrentam para dominar a tarefa, mas que pode passar a interferir, tanto nas relações interpessoais, como nas próprias construções cognitivas. O nível de ansiedade será maior ou menor de acordo com as propensões individuais e dependerá, também, da maneira com que cada um representa para si a situação que está sendo vivenciada. A ansiedade interferirá quando os conflitos cognitivos entram em ação, sobretudo na maneira de gerenciar tais conflitos e de conduzir a discussão a um fechamento” (Loos, 2004, p.565).

Conforme Cemen (1987), a ansiedade pode estar relacionada a um estado de desconforto que ocorre diante das situações envolvendo as tarefas matemáticas, que podem se manifestar como tensão, sentimento de impotência, medo, aflição, vergonha, perda de habilidades frente a tarefa, falta de concentração. Dentre os fatores intelectuais, relaciona: os estilos de aprendizagem, as atitudes, a falta de persistência nas tarefas, as incertezas quanto ao próprio potencial, a falta de confiança na habilidade matemática, a ausência de percepção da utilidade da matemática.

Levando em conta as palavras de Polya (*op.cit.*,1995), reporta-se ao que alguns autores apresentam a respeito do conceito problema: para os PCN (1998), um problema existe quando se está diante de uma situação desafiadora, quando se precisa superar algum obstáculo da vida a fim de atingir um determinado objetivo. Carreteiro e Garcia (*apud* Borralho, 1994, p. 70), consideram problema da seguinte forma: “um obstáculo que se encontra entre a situação dada e a meta, obrigando o sujeito a considerar os possíveis caminhos para a resolução.”

Morgan (*apud* Borralho, 1994, p.70) apresenta outra definição: “um indivíduo está perante uma situação problemática quando existem alguns elementos ou condições conhecidas e outros elementos ou condições desconhecidas, e a questão depende de descobrir como tratar os fatores desconhecidos da situação.” Lester (*apud* Borralho, 1994, p.71) entende que: “problema é uma tarefa na qual o indivíduo ou grupo se confronta com a necessidade de encontrar uma solução, não possuindo um procedimento diretamente acessível que garanta a solução.”

Por sua vez, Skinner (2004) destaca que uma pessoa tem um problema quando lhe falta uma resposta capaz de produzir alguma condição que será reforçadora. Ela solucionará o problema quando emitir tal resposta. Por exemplo: uma equação algébrica é resolvida quando encontramos o valor de x. No entanto, a resolução de um problema vai além da emissão da resposta, pois para se chegar à resposta é necessário manipular os passos conhecidos a fim de tornar a resposta provável. Desta forma, pode-se reformular uma frase, transformá-la de palavras a símbolos; representar as premissas de um silogismo por circuitos imbricados (sobrepostos, entrelaçados, tipo telhas) para se chegar à solução do problema desejado. Se, por exemplo, ao invés de pedir para o(a) estudante que indique a resposta de $x + 9 = 15$, fosse-lhe solicitado que respondesse:

"já tive nove anos de idade, agora tenho quinze, quantos anos se passaram?" "Nos dois casos há um problema a ser resolvido, a diferença é que, no segundo caso, o(a) estudante se obriga a realizar uma interpretação da linguagem falada, para depois, transformá-la na linguagem matemática." (Echeverria, *apud* Pozo, 1998, p.49)

Se essa interpretação for bem feita, a resposta do problema pode surgir naturalmente, sem a necessidade da construção de algoritmos ou manipulação de regras específicas.

Salmon (1995) destaca a analogia como sendo um fator importante para a resolução de problemas de matemática. Ao utilizar a analogia, o sujeito busca as relações semelhantes entre os objetos em comparação, as relações de identidade dos objetos de estudo. Concluir alguma coisa por analogia implica que o sujeito auto-regule, controle e monitore tudo o que está ao redor da tarefa pretendida. Nesse caso, o sujeito está buscando as relações de semelhança existentes entre os objetos a serem comparados; porém, a analogia pode ser forte ou fraca, dependendo das semelhanças próximas ou não dos objetos em comparação. "Quaisquer dois objetos são semelhantes em muitos aspectos e dessemelhantes em outros." (Salmon 1995, p.54)

Por outro lado, a resolução de problemas em sala de aula demanda algumas considerações adicionais: a experiência do aprendiz, a capacidade de interpretação do problema, o contexto em que o problema está inserido, as capacidades cognitivas e metacognitivas que os alunos possuem e, principalmente, a forma com que o problema é apresentado aos alunos.

Estratégias adotadas nesta experiência desenvolvida em sala de aula

O problema matemático proposto foi resolvido em sala de aula, primeiramente de modo tradicional. Tal procedimento é comumente utilizado pelos(as) professores(as) de matemática. Depois, seguiu-se uma espécie de diálogo entre professor(a) e estudante, numa tentativa de aplicar os procedimentos heurísticos sugeridos na metodologia de Polya (1995); posteriormente, os comentários de alguns(as) estudantes foram apresentados a respeito das resoluções apresentadas.

Foi necessário, ainda, delimitar a extensão dos estudos e da abordagem sugerida. O campo de estudo ficou restrito a um tipo de problema: o de demonstração. Este problema foi escolhido por ser considerado importante para a aprendizagem escolar. Por outro lado, não se exclui a importância de outros tipos de problemas para o ensino; porém, seria difícil abordar todos os tipos em um único artigo. Outra limitação decorrente desta experiência consistiu em focalizar o assunto no contexto do ensino médio.

Modelo heurístico na Resolução de Problemas de Matemática conforme Polya

Para a Resolução de Problemas Matemáticos, Polya (1995) propõe os seguintes passos:

- ✓ Compreender o problema (conhecimento da incógnita, conhecimento dos dados, conhecimento das condições impostas) – essas heurísticas permitem que o(a) estudante certifique-se que considerou os aspectos relevantes do problema;
- ✓ Traçar um gráfico, fazer um diagrama, introduzir uma notação adequada – o sujeito tenta ver o problema por meio de notação simbólica, estabelecendo relações entre os elementos do problema;
- ✓ Estabelecer um plano (recordar um problema conhecido de estrutura idêntica) – essa heurística supõe que o(a) estudante possua capacidade para fazer semelhanças, utilizar o pensamento analógico o qual permitirá chegar à solução do problema atual fazendo analogia com o já conhecido;
- ✓ Execução do plano (verificar passo a passo) – essa heurística permite dar segurança acerca da elaboração correta do plano de resolução do problema;
- ✓ Avaliação do plano (resolver o problema de maneira diferente) – essa heurística permite comprovar a solução obtida.

As soluções do problema proposto foram realizadas com estudantes de um colégio estadual em São José dos Pinhais, no Paraná. A experiência foi realizada com uma turma do 1º ano do ensino médio, com 18 estudantes, em 2006.

Em primeiro lugar, mostrou-se o problema resolvido pelo método tradicional e, em seguida, fizemos uma discussão com os(a) estudantes (uma forma de texto dialogado), na tentativa de aproximá-los dos procedimentos heurísticos propostos por Polya (1995).

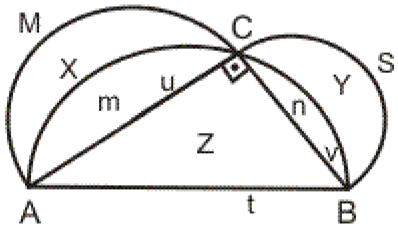
A forma de texto dialogado apresentada não caracteriza a transcrição fiel do processo em sala de aula mas, sim, um texto dialogado composto a partir das falas de diversos(as) estudantes.

Resolução do problema proposto e comentários dos alunos

Problema de demonstração

Moise (1971, p. 486): "As semi-circunferências desenhadas têm como diâmetros os lados de um triângulo retângulo ΔABC; x, y, z, m e n são as áreas das regiões, como mostra a figura 1. Demonstre que: $x + y = z$."

Figura 1: representação geométrica das semi-circunferências sobre o triângulo retângulo conforme Moise (1971, p. 486)



a) Resolução do problema pelo método tradicional:

Esta maneira se aproxima de uma possível solução do problema utilizando o método tradicional, é uma maneira muito utilizada por professores(as) em sala de aula

a) AMC, BSC e ACB são semicircunferências da figura;

b) AC, BC e AB são diâmetros das semicircunferências;

c) u, v e t são os raios das semicircunferências;

d) o ângulo (<ACB) é inscrito na semicircunferência ACB;

e) o (<ACB) é retângulo em C;

f) as áreas das semicircunferências são:

área (AMC) = $\pi u^2/2$, área (BSC) = $\pi v^2/2$ e área (ACB) = $\pi t^2/2$;

g) por analogia com o teorema de Pitágoras tem-se:

área (AMC) + área (BSC) = área (ACB), isto é: $\pi u^2/2 + \pi v^2/2 = \pi t^2/2$;

h) substituindo: x, m, n, y e z na expressão acima, tem-se:

(x + m) + (y + n) = (m + n + z).

i) Eliminando-se os termos semelhantes resulta: x + y = z.

b) Forma dialogada com estudantes do 1º ano:

Professor(a): Do que é o problema?

Estudante: É de demonstração.

Professor(a): O que é dado no problema?

Estudante: O triângulo retângulo, diâmetro, áreas das regiões, regiões de semicircunferências, as letras.

Professor(a): Onde você quer chegar?

Estudante: X + Y = Z. Isto é, a área X mais a área Y é igual a área Z.

Professor(a): Há alguma informação útil no problema?

Estudante: O triângulo é retângulo.

Professor(a): Lembra de alguma informação envolvendo o triângulo retângulo?

Estudante: Lembro do Teorema de Pitágoras.

Professor(a): Você sabe utilizar o Teorema de Pitágoras?

Estudante: Não. Somando os dois lados menores é igual ao maior.

Professor(a): Você poderia dizer a mesma coisa de outra forma?

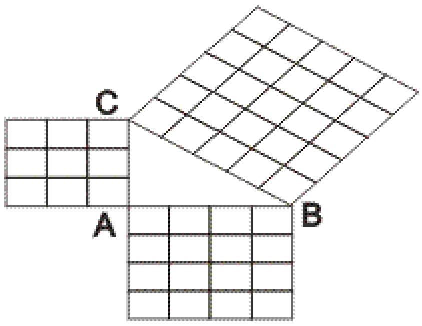
Estudante: Some os dois lados menores ao quadrado e iguale com o lado maior também ao quadrado.

Professor(a): Você sabe aplicar o Teorema de Pitágoras em outro exercício parecido?

Estudante: Sim, mas não lembro agora. Posso construir áreas de quadrados com os lados do triângulo retângulo (E1)[1]

Professor(a): Construa o que você pensou!

Figura 2: Construção das áreas dos quadrados sobre os lados do triângulo retângulo segundo a estudante E1, do ensino médio em atividade



Professor(a): Qual é a semelhança que tem essa figura que você construiu com a original?

Estudante: As duas têm o triângulo retângulo.

Professor(a): É possível resolver o problema original a partir desse que você construiu?

Estudante: Não. Um fala sobre figuras quadradas e o outro fala sobre círculos.

Professor(a): Você tem alguma outra idéia?

Estudante: Não.

Professor(a): Você ainda lembra do Teorema de Pitágoras? O que diz esse Teorema?

Estudante: Áreas de figuras.

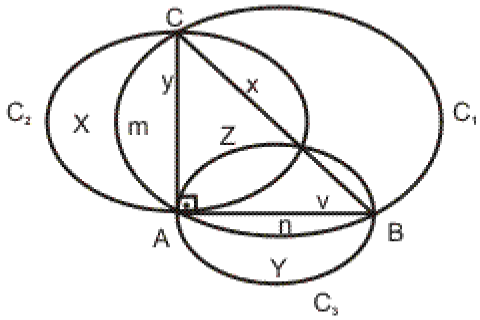
Professor(a): Você pode imaginar uma outra figura?

Estudante: O círculo (E2)[2]

Professor(a): Construa o círculo proposto e aplique o Teorema de Pitágoras!

[1] E1= estudante 1 em atividade
[2] E2= estudante 2 em atividade

Figura 3: Construção das áreas das circunferências sobre os lados do triângulo retângulo segundo o estudante E2, do ensino médio em atividade



Estudante: área de C1 = área de C2 + área de C3

Professor(a): Quais as relações de semelhanças existentes entre o novo problema e o original?

Estudante: São iguais, mas não idênticos. Um é o círculo completo, o outro é o círculo pela metade.

Professor(a): É possível resolver o problema agora?

Estudante: Sim. É só pegar a área total e dividir por 2!

Professor(a): Então faça isso (E2)!

Estudante: área de $C_1/2$ = área de $C_2/2$ + área de $C_3/2$, que é equivalente a tomar: $z + m + n = m + x + y + n$, eliminando as igualdades tem-se $z = x + y$.

Professor(a): É possível resolver o problema por um caminho diferente?

Estudante: Sim. Aplicando o Teorema de Pitágoras é possível resolver de imediato o problema.

Considerações parciais

Fazendo referência ao problema de demonstração resolvido no 1º ano do ensino médio, foi possível identificar a participação mais efetiva de uma aluna e um aluno, E1 e E2, que demonstraram possuir algum conhecimento anterior que pôde ser aproveitado durante o processo. De maneira geral, os(as) estudantes nunca ouviram falar nesse tipo de problema. A partir de alguns estímulos e indagações foram surgindo idéias, um tanto tímidas, porém utilizáveis, para que junto com o professor fosse possível construir a solução do problema proposto. De forma geral, os(as) estudantes conseguiram perceber que no método classicismo o(a) professor(a) conduziu a resolução do problema sozinho(a), sem envolvimento deles; enquanto que utilizando heurísticas abriu-se oportunidade da participação de todos, surgiram opiniões diversas mesmo que sem utilização no momento.

Críticas e sugestões

É razoável afirmar que a experiência relatada serve como elemento de contribuição para argumentar as deficiências do método tradicional de ensino de resolução de problemas adotado por professores(as) de matemática. Porém, há também, outras considerações a fazer: além de conhecer o conteúdo onde está inserido o problema a ser resolvido, é necessário que o(a) professor(a) tenha um bom relacionamento com os(as) estudantes. Os problemas precisam ser coletados de maneira que seja possível identificar se o(a) aprendiz apresenta, ou não, dificuldades para resolvê-lo.

A literatura apresentada pelo problema demonstra um fator importante que pode interferir no processo de compreensão e, conseqüentemente, contribuir para que o(a) estudante queira, ou não, resolver o problema. O comportamento do(a) estudante diante do problema está relacionado com as capacidades em dominar as estratégias cognitivas, metacognitivas, afetivas e emocionais durante o processo. Esses aspectos influenciam no nível das estratégias que o(a) educando precisa para elaborar seu plano de "ataque" ao problema.

As indagações sugeridas por Polya (1995) serviram de estímulo para facilitar o entendimento do problema e permitiram, através do diálogo entre professor(a) e estudante, que se chegasse à solução desejada.

É razoável reconhecer que o método tradicional de ensino da resolução de problemas não garante a aprendizagem do(a) estudante. Essa prática consiste em ensinar algum conceito, técnica ou procedimento, verificar se o(a) estudante é capaz de empregar aquilo que foi repetido pelo(a) professor(a). Sendo assim, o(a) professor(a) explora em suas atividades apenas a busca de resultados, definições e técnicas a partir de algoritmos prontos.

Não há um caminho que possa ser considerado único para o ensino de qualquer disciplina. Porém, conhecer maneiras diversificadas de trabalhar em sala de aula é de extrema importância para que professores(as) e estudantes possam desenvolver juntos o ensino e aprendizagem em parceria e cooperação.

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

BORRALHO, A. M. A. *Aspectos metacognitivos na resolução de problemas de matemática: proposta de um programa de intervenção*. Tese de Mestrado em Tecnologia da Educação. Associação de Professores de Matemática. Universidade de Évora, Portugal, 1994.

BORUCHOVITCH, E.; **BZUNECK**, J. A. (org). *Aprendizagem: processos psicológicos e o contexto social na escola*. Petrópolis: Vozes, 2004.

BUTTS, T. "Formulando problemas adequadamente". In KRULIK, S.; REYS, R. E. *A resolução de problemas na matemática escolar*. São Paulo: Atual, 1997. p. 32-48.

CEMEN, P.B. (1987). *The Nature of MathematicsAanxiety.* (Report No. SE 048 689).

ECHEVERRÍA, M. D. P. P. "A solução de problemas em matemática". In POZO, J. I., (org). *A solução de problemas. Aprender a resolver, resolver para aprender*. Porto Alegre: Artmed, 1998.

LOOS, H. "Ansiedade e aprendizagem: um estudo com díades resolvendo problemas Algébricos". *Estudos de Psicologia*, 9 (3), 563-573, 2004.

MOISE, E. E.; DOWNS, F. L. *Geometria moderna*. Parte I. São Paulo: Edgard Blucher, 1971.

PARÂMETROS curriculares nacionais. *Matemática*. Brasília: Secretaria de Educação Fundamental, MEC, 1998.

POLYA, G. *A arte de resolver problemas*. 2ª ed. Rio de Janeiro: Interciência, 1995.

SALMON, W. C. *Lógica*. 3ª ed. Rio de Janeiro: Prentice-Hall do Brasil, 1993.

SKINNER, B. F. *Sobre o behaviorismo***.** Trad. VILLALOBOS, M. P., São Paulo: Cultrix, 2004.

VIEIRA, E. "Representação mental: as dificuldades na atividade cognitiva e metacognitiva na resolução de problemas matemáticos". Psicologia Reflexiva e Crítica, v. 14, n. 2, ISSN 0102-7972. PA: 2001.